PUNTO SIMÉTRICO

Ejercicio nº 1.-

Halla el punto simétrico de $P(2, 1, 0)$ respecto del plano π: $2x - y + z = 2$.

Ejercicio nº 1.-

Halla el punto simétrico de $P(1, 0, 3)$ respecto del plano π: $x - y + 2z = 1$.

Ejercicio nº 3.-

Determina el punto simétrico de $A(2, 1, 4)$ respecto de la recta:

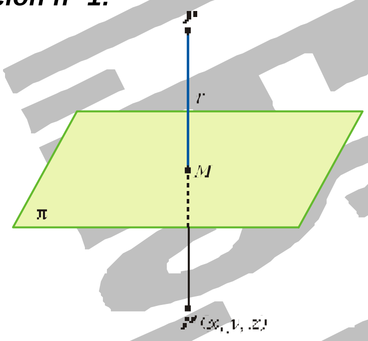
$$r: \frac{x-1}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$$

Ejercicio nº 4.-

Halla el punto simétrico de $P(0, 2, 1)$, respecto del plano π: $x + y - z = 2$.

SOLUCIONES

Solución nº 1:



Hallamos la recta r que pasa por P y es perpendicular a π.

$\vec{d}_r = \vec{n} = (2, -1, 1)$

$$r : \begin{cases} x = 2 + 2\lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = 0 + \lambda \end{cases}$$

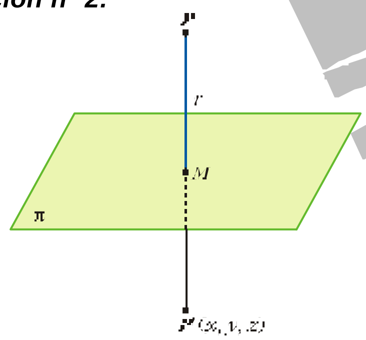
Calculamos el punto, M, de corte de r y π:

$$2(2 + 2\lambda) - (1 - \lambda) + \lambda = 2 \quad \rightarrow \quad 6\lambda = -1 \quad \rightarrow \quad \lambda = \frac{-1}{6} \quad \rightarrow \quad M\left(\frac{5}{3}, \frac{7}{6}, \frac{-1}{6}\right)$$

El punto buscado, $P'(x, y, z)$, es el simétrico de P respecto de M. Como M es el puntomedio de $\overrightarrow{PP'}$, se tiene:

$$\left(\frac{x+2}{2}, \frac{y+1}{2}, \frac{z}{2}\right) = \left(\frac{5}{3}, \frac{7}{6}, \frac{-1}{6}\right) \rightarrow x = \frac{4}{3}, y = \frac{8}{6}, z = \frac{-1}{3} \rightarrow P'\left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}, \frac{-1}{3}\right)$$

Solución nº 2:



Hallamos la recta r que pasa por P y es perpendicular al plano π.

$\vec{d}_r = \vec{n} = (1, -1, 2)$

$$r : \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = \quad -\lambda \\ z = 3 + 2\lambda \end{cases}$$

Obtenemos el punto, M, de corte de r y π:

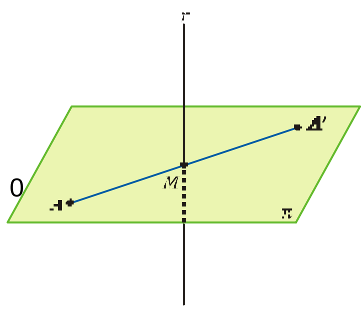
$1 + \lambda + \lambda + 2(3 + 2\lambda) = 1 \quad \rightarrow \quad 6\lambda = -6 \quad \rightarrow \quad \lambda = -1 \quad \rightarrow \quad M(0, 1, 1)$

El punto que buscamos, $P'(x, y, z)$, es el simétrico de P respecto de M.

Como M es el punto medio de $\overrightarrow{PP'}$, tenemos:

$$\left(\frac{x+1}{2}, \frac{y}{2}, \frac{z+3}{2}\right) = (0, 1, 1) \rightarrow x = -1, y = 2, z = -1 \rightarrow P'(-1, 2, -1)$$

Solución nº 3:



Hallamos el plano π que contiene al punto A y es perpendicular a r:

$\vec{n} = \vec{d}_r = (3, 2, -1)$

$3 \cdot (x - 2) + 2(y - 1) - (z - 4) = 0 \quad \rightarrow \quad 3x + 2y - z - 4 =$

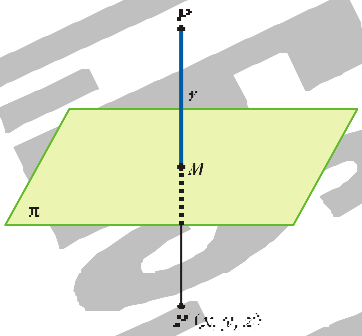
Buscamos el punto de corte de r y π:

$M(1, 0, -1)$

El punto A' es el simétrico de A respecto de M:

$$\left(\frac{x+2}{2}, \frac{y+1}{2}, \frac{z+4}{2}\right) = (1, 0, -1) \rightarrow x = 0, y = -1, z = -6 \rightarrow A'(0, -1, -6)$$

Solución nº 4:



Hallamos la recta r que pasa por P y es perpendicular al plano π.

$$\vec{d}_r = \vec{n} = (1, 1, -1)$$

$$r: \begin{cases} x = \lambda \\ y = 2 + \lambda \\ z = 1 - \lambda \end{cases}$$

Obtenemos el punto, M, de corte de r y π:

$$\lambda + 2 + \lambda - 1 + \lambda = 2 \quad \rightarrow \quad 3\lambda = 1 \quad \rightarrow \quad \lambda = \frac{1}{3} \quad \rightarrow \quad M\left(\frac{1}{3}, \frac{7}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

El punto que buscamos, $P'(x, y, z)$, es el simétrico de P respecto de M.

Como M es el punto medio de $\overrightarrow{PP'}$, tenemos:

$$\left(\frac{x}{2}, \frac{y+2}{2}, \frac{z+1}{2}\right) = \left(\frac{1}{3}, \frac{7}{3}, \frac{2}{3}\right) \quad \rightarrow \quad x = \frac{2}{3},\; y = \frac{8}{3},\; z = \frac{1}{3} \quad \rightarrow \quad P'\left(\frac{2}{3}, \frac{8}{3}, \frac{1}{3}\right)$$